

TUTORIUM :: Mathematik II

Übungsaufgaben: Integration [Bogen 1]

Aufgabe 1 $[\int f(mt + b)]$

a) $F(x) := \int_a^x e^{3t} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \cos(3t + 1) dt$

a) $F(x) = \frac{1}{3} e^{3x} + c$

b) $F(x) = \frac{1}{3} \sin(3x + 1) + c$

Aufgabe 2 $[\int \frac{f'(t)}{f(t)}$

a) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{t-1} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{2t}{t^2-1} dt$ c) $F(x) := \int_a^x \frac{2}{2-t} dt = -2 \ln(2-t) + c$

a) $F(x) = \ln(|x-1|) + c$

b) $F(x) = \ln(|x^2-1|) + c$

Aufgabe 3 $[\int [f(t)]^n \cdot f'(t)]$

a) $F(x) := \int_a^x (t^2 - 1)^2 \cdot 2t dt$ b) $F(x) := \int_a^x (t^3 - t^2)^5 \cdot (3t^2 - 2t) dt$

a) $F(x) = \frac{1}{3} (x^2 - 1)^3 + c$

b) $F(x) = \frac{1}{6} (x^3 - x^2)^6 + c$

Aufgabe 4 $[\int g[f(t)] \cdot f'(t)]$

a) $F(x) := \int_a^x \sin(\sin(t)) \cdot \cos(t) dt$ b) $F(x) := \int_a^x \sin(\cos(t)) \cdot \sin(t) dt$

a) $F(x) = -\cos(\sin(x)) + c$

b) $F(x) = \cos(\cos(x)) + c$

Aufgabe 5 [spezielle Substitutionen]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{\sin(t)} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{\sinh(t)} dt$

a) $F(x) = \ln\left(\left|\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right|\right) + c$

b) $F(x) = -2 \operatorname{artanh}(e^x) + c$

TUTORIUM :: Mathematik II

Übungsaufgaben: Integration [Bogen 2]

Aufgabe 1 [$\int f(at+b)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{e^{t^3-1}}{e^{t^3-t}} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{\sqrt{e^{4t}-4}}{e^{t-12}} dt$ c) $F(x) := \int_a^x \frac{e^{(t+1)^2}}{e^{t^2+4t}} dt$

a) $F(x) = e^{x-1} + c$ b) $F(x) = e^{x+10} + c$ c) $F(x) = \frac{1}{2} e^{-2x+1} + c$

Aufgabe 2 [$\int \frac{f'(t)}{f(t)}$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{4t^3-3t^2}{t^4-t^3+1} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \cot(t) dt$

a) $F(x) = \ln(|x^4 - x^3 + 1|)$ b) $F(x) = \ln(|\sin(x)|) + c$

Aufgabe 3 [$\int [f(t)]^n \cdot f'(t)$]

a) $F(x) := \int_a^x \sin^2(t) \cdot \cos(t) dt$ b) $F(x) := \int_a^x \cos^2(t) \cdot \sin(t) dt$

a) $F(x) = \frac{1}{3} \sin^3(x) + c$ b) $F(x) = -\frac{1}{3} \cos^3(x) + c$

Aufgabe 4 [$\int g[f(t)] \cdot f'(t)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\cos(\ln(t))}{t} dt$ b) $F(x) := \int_a^x e^{t^2} \cdot 2t dt$

a) $F(x) = \sin(\ln(x)) + c$ b) $F(x) = e^{x^2} + c$

Aufgabe 5 [spezielle Substitutionen]

a) $F(x) := \int_a^x \sqrt{16-t^2} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \sqrt{t^2-25} dt$

a) $8 \arcsin\left(\frac{x}{4}\right) + 4 \sin\left(2 \arcsin\left(\frac{x}{4}\right)\right) + c = F(x)$

b) $25 \left(\frac{\sinh\left(2 \operatorname{arcosh}\left(\frac{x}{5}\right)\right)}{4} - \frac{\operatorname{arcosh}\left(\frac{x}{5}\right)}{2} \right) = F(x)$

TUTORIUM :: Mathematik II

Übungsaufgaben: Integration [Bogen 3]

Aufgabe 1 $[\int f(mt + b)]$

a) $F(x) := \int_a^x (6t - 12)^3 dt$ b) $F(x) := \int_a^x \sqrt{t+3} dt$

a) $F(x) = \frac{1}{24} (6x - 12)^4 + c$ b) $F(x) = \frac{2}{3} (x+3)^{\frac{3}{2}} + c$

Aufgabe 2 $[\int \frac{f'(t)}{f(t)}$

a) $F(x) := \int_a^x \tan(t) dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{2\cot(t) \cdot t \cdot \tan(t)}{t^2+3} dt$

a) $F(x) = -\ln(|\cos(x)|) + c$ b) $F(x) = \ln(|x^2+3|) + c$

Aufgabe 3 $[\int [f(t)]^n \cdot f'(t)]$

a) $F(x) := \int_a^x \frac{2t}{(t^2-1)^2} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{\sin(t)}{\sqrt{\cos(t)}} dt$

a) $F(x) = + \frac{1}{1-x^2}$ b) $F(x) = -2\sqrt{\cos(x)} + c$

Aufgabe 4 $[\int g[f(t)] \cdot f'(t)]$

a) $F(x) := \int_a^x \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$

a) $F(x) = 2e^{\sqrt{x}} + c$

Aufgabe 5 [spezielle Substitutionen]

a) $F(x) := \int_a^x t \cdot \sqrt{1-t^2} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \tan^2(t) dt$

a) $F(x) = -\frac{1}{3} \cos(\arcsin(t)) + c$

b) $F(x) = \frac{2 \tan(\frac{x}{2})}{1 - \tan^2(\frac{x}{2})} - \frac{x}{2} = \tan(x) - x$

TUTORIUM :: Mathematik II

Übungsaufgaben: Integration [Bogen 4]

Aufgabe 1 [$\int f(mt + b)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{2t+1}{\sqrt{t+\frac{1}{2}}} dt$ b) $F(x) := \int_a^x [1 - 2\cos^2(\frac{4t-1}{2})] dt$

a) $\frac{4}{3} \sqrt{(x + \frac{1}{2})^3} + c = F(x)$ b) $F(x) = -\frac{1}{4} \sin(4x-1) + c$

Aufgabe 2 [$\int \frac{f'(t)}{f(t)}$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\tan^2(t)+1}{\tan(t)} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{\arctan(t) \cdot (1+t^2)} dt$

a) $F(x) = \ln(|\tan(x)|) + c$ b) $F(x) = \ln(|\arctan(x)|) + c$

Aufgabe 3 [$\int [f(t)]^n \cdot f'(t)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{\arctan^2(t) \cdot (1+t^2)} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \sqrt{\frac{4}{\arcsin(t) \cdot (1-t^2)}} dt$

a) $F(x) = -\frac{1}{\arctan(x)} + c$ b) $F(x) = 4 \sqrt{\arcsin(x)}$

Aufgabe 4 [$\int g[f(t)] \cdot f'(t)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\cosh(t)}{1+\sinh^2(t)} dt$ b) ~~$F(x) := \int_a^x \frac{1+\cosh(2t)}{2 \cdot \sqrt{\sinh^2(t)-1}} dt$~~

a) $F(x) = \arctan(\sinh(x)) + c$

Aufgabe 5 [spezielle Substitutionen]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\sqrt{t^2-1}}{t^2} dt$

a) $F(x) = -\tanh(\operatorname{ar-cosh}(x)) + \operatorname{ar-cosh}(x) + c$

TUTORIUM :: Mathematik II

Übungsaufgaben: Integration [Bogen 5]

Aufgabe 1 [$\int f(mt + b)$]

a) $F(x) := \int_a^x [\tan(2(t-1)) \cdot (\cos^2(t-1) - \sin^2(t-1))] dt$

a) $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x-2) + c$

Aufgabe 2 [$\int \frac{f'(t)}{f(t)}$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{\frac{t}{2} \cdot \ln(t^2)} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{1}{\cosh^2(t) \cdot (1 + \tanh(t))} dt$

a) $F(x) = \ln(|\ln(x)|) + c$ b) $F(x) = \ln(|1 + \tanh(x)|) + c$

Aufgabe 3 [$\int [f(t)]^n \cdot f'(t)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\ln^3(\sin(t))}{\tan(t)} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{\sqrt[3]{\operatorname{artanh}(t)}}{1-t^2} dt$

a) $F(x) = \frac{1}{4} \ln^4(\sin(x)) + c$ b) $F(x) = \frac{3}{4} \operatorname{artanh}^{\frac{4}{3}}(x) + c$

Aufgabe 4 [$\int g[f(t)] \cdot f'(t)$]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\ln^3(t) + 3\ln(t) + 5}{t} dt$ b) $F(x) := \int_a^x \frac{(1 + \coth^2(t)) \cdot (1 - \coth^2(t))}{\coth^3(t)} dt$

a) $F(x) = \frac{1}{3} \ln^3(x) + 3 \cdot \frac{1}{2} \ln^2(x) + 5 \ln(x)$

Aufgabe 5 [spezielle Substitutionen]

a) $F(x) := \int_a^x \frac{\sqrt{1-t^2}-1}{(1+t) \cdot \sqrt{1-t^2}} dt$

a) $F(x) = \tan\left(\frac{\arccos(x)}{2}\right) - \ln\left(\left|1 + \tan^2\left(\frac{\arccos(x)}{2}\right)\right|\right)$