

# Übungsbogen 9, A11 (KW48), Vereinfachung von $f(z)$

I) • Polynomdivision (straight forward)

$$f(z) = (-2) \cdot \frac{z-1}{z(1+j) + (1-j)}$$

$$\rightarrow (z-1) : (z(1+j) + (1-j)) = \frac{1}{1+j} - \frac{\frac{2}{1+j}}{z(1+j) + (1-j)}$$
$$-(z + \frac{1-j}{1+j})$$

$$0 - 1 - \frac{1-j}{1+j} = -\left(\frac{1+j + 1-j}{1+j}\right)$$

$$= -\frac{2}{1+j}$$

$$\textcircled{*} = \frac{1}{1+j} \left(1 - \frac{2}{z(1+j) + (1-j)}\right)$$

$$= \frac{1-j}{2} \cdot \left(1 - \frac{2}{z(1+j) + (1-j)}\right)$$

$$f(z) = (1-j) \cdot \left(\frac{2}{z(1+j) + (1-j)} - 1\right)$$

- ↳
- Skizze möglich; es sind jedoch viele Zwischen-skizzen nötig
  - Umformung ist ebenfalls sehr fehleranfällig

II) • Ich sehe was, was du ...  
(dir auch einmal ansehen solltest)

$$f(z) = \frac{2(1-z)}{z(1+j) + (1-j)} \cdot \frac{1+j}{1+j}$$

$$= (1+j) \cdot \frac{2(1-z)}{z(1+j)^2 + \underbrace{(1-j)(1+j)}_2}$$

$$\cancel{1^2 + 2j + (j)^2}$$

$$= (1+j) \cdot \frac{\cancel{2}(1-z)}{z \cdot \cancel{2j} + \cancel{2}} = (1+j) \cdot (-1) \cdot \frac{z-1}{zj+1}$$

↳ Polynomdiv:

$$\begin{aligned} \frac{(z-1) : (zj+1) = -j + \frac{-1+j}{zj+1}}{-\frac{(z-j)}{0-1+j}} &= (-1) \cdot \left( j + \frac{1-j}{zj+1} \right) \end{aligned}$$

$$f(z) = -1+j + \frac{2}{zj+1}$$

- ↳ • weniger komplizierte Skizze
- Umformung für den Geübten ein Vierzeiler

### III) • Zerlegung in Teilprobleme

$$f(z) = \frac{2(1-z)}{1+z - j(1-z)}$$

$$= \frac{2(1-z)}{2 - (1-z) - j(1-z)} = \frac{2(1-z)}{2 - (1-z) \cdot (1+j)}$$

↳ • erster Transformations-  
schritt:

$$z \mapsto \underbrace{1-z}_w$$



$$\frac{2w}{2 - w \cdot (1+j)} = (1-j) \cdot \left( \frac{2}{2 - w(1+j)} - 1 \right)$$

$$\begin{aligned} (2w) : (-w(1+j) + 2) &= -\frac{2}{1+j} + \frac{\frac{4}{1+j}}{2 - w(1+j)} \\ - \left( 2w - \frac{4}{1+j} \right) &= \frac{2}{1+j} \left( \frac{2}{2 - w(1+j)} - 1 \right) \\ \frac{0 + \frac{4}{1+j}}{0 + \frac{4}{1+j}} &= (1-j) \cdot \left( \frac{2}{2 - w(1+j)} - 1 \right) \end{aligned}$$

Idee der Zerlegung \*

$$a: \mathbb{C} \setminus \{j\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{1-j\} \text{ mit } a(z) = 1-z$$

$$b: \mathbb{C} \setminus \{1-j\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{-1+j\} \text{ mit } b(z) = \frac{2z}{2-z(1+j)}$$

$$f: \mathbb{C} \setminus \{j\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{-1+j\} \text{ mit } f(z) = b[a(z)]$$