

# TUTORIUM Mathematik I, Übungsbogen 9

## Vorbereitung: Klausuraufgaben vom Typ 3

### Aufgabe 11

Es sei eine rationale Funktion  $f : \mathbb{C} \setminus \{n_0\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{-1 + j\}$  definiert durch

$$f(z) := \frac{2 \cdot (1 - z)}{1 + z - j(1 - z)} \quad (z \in \mathbb{C} \setminus \{n_0\})$$

Bestimmen Sie zunächst die Nennernullstelle  $n_0$ .

Skizzieren Sie  $K(0, 1) \setminus \{n_0\}$  und die Gerade  $G := \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)\}$  sowie deren Abbilder unter  $f$  und begründen Sie Ihre Skizze.

Skizzieren Sie darüber hinaus die Menge

$$M := \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{n_0\} \mid 0 < \operatorname{Re}(f(z)) < \sqrt{2 - \operatorname{Im}^2(f(z))} \right\}$$

und begründen Sie auch diese Skizze!

### Tipps zur Bearbeitung (Spaßaufgaben)

Es führen hier mindestens drei Wege nach Rom. “Spielen” Sie also ein wenig mit der Funktionsvorschrift herum und schauen Sie, ob Sie ...

- ... mehrere Wege zum Ziel finden.
- ... in der Lage sind diese in angemessener Zeit zu Ende zu gehen.
- Welcher Ihrer Wege ist Ihrer Meinung nach der effizienteste?

Zur Erinnerung: wir möchten, dass die Funktionsvariable  $z$  in der “vereinfachten” Funktionsvorschrift nur noch an einer einzigen Stelle auftaucht.

- Skizzieren Sie auch die übrigen drei Mengen. Bestimmen Sie diese unter Verwendung von geeigneten Testpunkten.